



## TEORIA DOS VÓRTICES MOLECULARES DE MAXWELL: RELAÇÕES ENTRE IMAGENS E LINGUAGEM MATEMÁTICA

KRAPAS TEIXEIRA, S. (1)

Física. Universidade Federal Fluminense [sonia@if.uff.br](mailto:sonia@if.uff.br)

---

### Resumen

Mostra-se a complexidade da relação entre modelos físicos – imagísticos – e linguagem matemática, tomando como estudo de caso a teoria dos vórtices moleculares de Maxwell, que trata o éter eletromagnético segundo a mecânica dos meios contínuos. Faz-se um exame da estrutura fina do trabalho de Maxwell *On physical lines of force*. Evidencia-se a matemática como estruturante do conhecimento físico. Destaca-se que o ajuste de parâmetros matemáticos realizado objetivada atingir concordância com – inexplicáveis – dados experimentais advindos de programa de pesquisa concorrente, o da ação à distância. Argumenta-se que isso foi possível porque Maxwell sabia onde queria chegar, na unificação do Eletromagnetismo com a Óptica.

---

Estudos de caso na história da ciência oferecem contribuições interessantes sobre o papel da imagem na ciência e no ensino. Nersessian, adotando uma perspectiva histórico-cognitivista, enfatiza o papel do pensamento analógico e imagístico, uma das *técnicas de abstração*, tomando Maxwell como alvo. Para ela, “analogias não são ‘meramente’ guias de pensamento, com inferências lógicas que realmente resolvem problemas, mas *elas próprias possibilitam um trabalho inferencial e geram a solução de problemas*” (Nersessian, 1992).

Imagens são importantes na criação de novidades, mas isso fica ainda mais destacado quando há imbricação delas com a matemática. Existe um estado de tensão entre modelos físicos – imagísticos – e a matemática. O próprio Maxwell, ao propor o método da analogia para estudar os fenômenos eletromagnéticos, tinha clareza do que se deve evitar:

“por um lado, uma matematização prematura que venha a inibir a intuição física e, por outro lado, a “explicação” parcial dos fenômenos com base em hipótese incertas a respeito da natureza desses mesmos fenômenos. (Abrantes, 1998, p. 186).

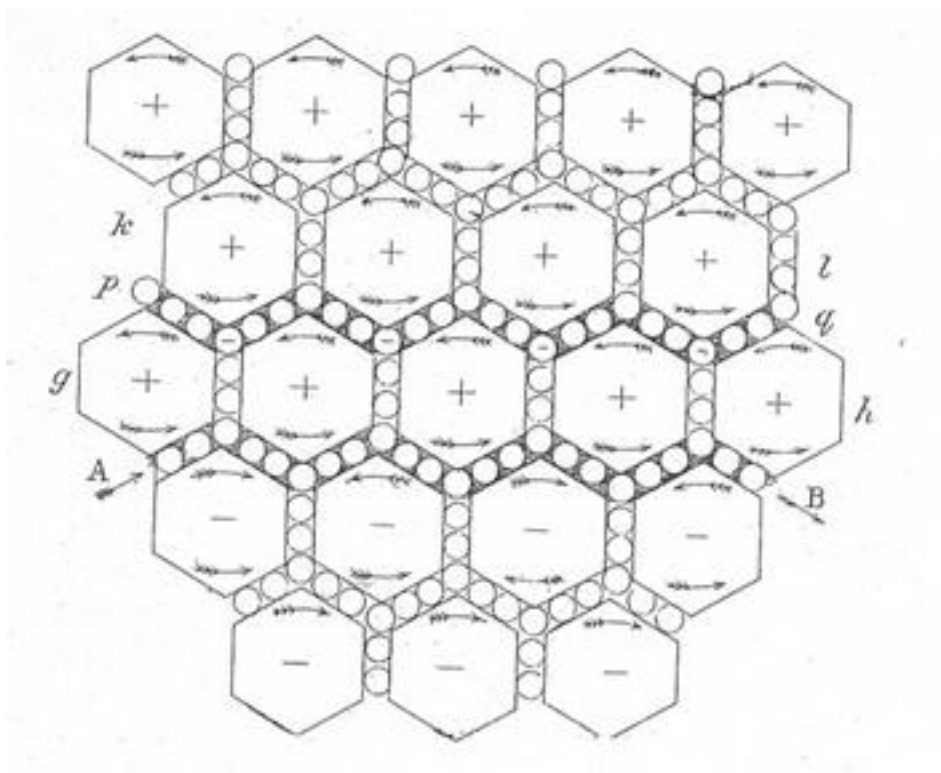
Pietrocola (2002) tem defendido que “a matemática, enquanto linguagem, empresta a sua própria estruturação ao pensamento científico para compor os modelos sobre o mundo”. Mas em que consiste essa estruturação? No caso de Maxwell, vale ainda perguntar como uma teoria fundada na mecânica dos meios contínuos – a *teoria dos vórtices moleculares* –, quando aplicada a fenômenos eletromagnéticos, chega a aproximar o Eletromagnetismo da Óptica. Objetivando entender as relações que se estabelecem entre a linguagem matemática e os modelos físicos vamos fazer um exame da estrutura fina do trabalho de Maxwell *On physical lines of force*.

#### *On physical lines of force (1861-2)*

Seguindo Faraday, partidário da ação mediada, Maxwell imagina que linhas de força “se evitam” devido a pressões de natureza hidrodinâmica, “maior na região equatorial do que na região axial”, isto porque “o excesso de pressão na direção equatorial vem da força centrífuga de vórtices ou turbilhões no meio tendo seus eixos alinhados na direção paralela às linhas de força”. Toma um elemento de volume do meio mecânico e calcula a resultante das forças provindas da variação das pressões internas. As equações obtidas são interpretadas do ponto de vista dos fenômenos eletromagnéticos: a velocidade do vórtice é associada à força magnética e a densidade da substância dos vórtices  $r$  à permeabilidade magnética  $m$  na forma da equação

$$m = ?; r \quad (1)$$

Como forma de garantir que vórtices adjacentes girem no mesmo sentido, uma “fiada de partículas” é introduzida entre os vórtices. A figura 1 representa a indução eletromagnética: quando a corrente AB varia, a fiada AB se move, os vórtices começam a girar e a fiada  $pq$  se move, o que corresponde à corrente induzida.



**Figura 1: Modelo dos vórtices moleculares**

A corrente induzida em dielétricos é explicada pela similaridade entre a polarização num dielétrico e a polarização magnética. Como este estado se desfaz assim que o campo é retirado, Maxwell distingue um condutor de um dielétrico atribuindo elasticidade às células que compõem este último. Essa elasticidade é traduzida matematicamente por uma expressão na qual as grandezas eletromagnéticas tomam o lugar das grandezas mecânicas do sistema massa-mola:

$$E = - \frac{1}{c^2} \frac{dD}{dt}$$

onde E denota o campo elétrico e D a polarização dielétrica, sendo c a constante de proporcionalidade (c é introduzido para ser cancelado mais adiante). Assim, a variação da corrente em AB da figura 1, devida à variação do campo elétrico E sobre as partículas, produz uma corrente no dielétrico, que é dada pela variação de D no tempo (corrente de deslocamento  $j = dD/dt$ ).

Resta entender o significado da constante: por considerações mecânicas sobre o meio elástico, Maxwell chega à expressão:

$$c^2 = \frac{3}{m} \left( \frac{1}{3} + \frac{5}{3} \frac{m}{m} \right)$$

Onde  $\mu$  e  $\lambda$  são constantes que caracterizam esse meio: o “coeficiente de elasticidade cúbica”  $\lambda$  mede a resistência à compressão; o “coeficiente de rigidez” ou “coeficiente de elasticidade transversa”  $\mu$  dá a resistência à distorção. Se  $\lambda = 2\mu$

$$c^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}; \quad (2)$$

Segundo a demonstração efetuada por Poisson (Whitaker, 1958), a velocidade de propagação das ondas transversais através de um sólido elástico é dada por

$$V = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (3)$$

onde  $\rho$  é a densidade do meio, no caso, a densidade da substância dos vórtices.

De (1), (2), e (3), chega-se a

$$c = V \sqrt{\lambda + 2\mu}$$

Como no ar ou vácuo  $\mu = 0$ , então  $c = V \sqrt{\lambda}$ .

Ainda por considerações mecânicas sobre o meio elástico, Maxwell identifica  $c$  com a constante que aparece na lei de Coulomb.

$$F = \frac{c^2 e_1 e_2}{r^2}$$

Àquela época, Kohlrausch e Weber, partidários da perspectiva da ação à distância, haviam determinado experimentalmente essa constante como tendo um valor igual a  $310.740 \times 10^6$  m/s.

Maxwell, então, compara esse valor para a velocidade de propagação das ondulações no meio eletromagnético com a velocidade da luz no meio luminífero medida por Fizeau e conclui que os dois meios possivelmente constituem um único meio.

## Conclusões

Explicitamente referidos, os resultados experimentais obtidos em 1855 por Weber e Kohlrausch se constituem numa importante pista que guiou Maxwell na direção da unificação do Eletromagnetismo com a Óptica. Outra pista – menos visível no artigo – foi seu engajamento na tradição da Óptica de tratar o éter luminífero. No início dos oitocentos, quando propuseram a transversalidade da luz, Fresnel e Young ao mesmo tempo atribuíram ao éter luminífero o “poder de resistir a tentativas de distorcer sua forma”,

comportando-se como um sólido elástico (Whittaker, 1958).

Vendo no fenômeno da indução eletromagnética em dielétricos uma situação de tensão e respectiva restituição ao estado de equilíbrio, Maxwell, seguindo a tradição inaugurada por Fresnel e Young, imagina que o éter eletromagnético também se comporta como um sólido elástico. Assim, sua teoria dos vórtices moleculares trata matematicamente o éter eletromagnético a semelhança com o que em 1821 Navier, pela primeira vez, fez com o éter luminífero (Whittaker, 1958).

Mas é a confluência entre estas duas pistas que o faz tomar a relação entre  $m$  e  $m$  como  $5/6$ : apenas este valor garante que a constante  $c$  adquira o mesmo valor numérico da velocidade da luz. Caso a relação fosse  $5/3$ , tal como estabeleceu Cauchy (1789-1857) (Whittaker, 1958), o valor seria outro. Ao que tudo indica, Maxwell ajustou esses parâmetros – ajuste que ironicamente eleva o sólido à condição de perfeição[1] –, tendo em vista os resultados experimentais de Weber e Kohlrausch. O grande feito de Maxwell, pois, foi atribuir significado físico à constante que aparece na lei de Coulomb.

A exitosa aproximação entre o Eletromagnetismo e a Óptica se deu pela imbricação entre o modelo físico dos vórtices moleculares para o éter eletromagnético – com forte viés imagístico – e a matemática que tratava os sólidos elásticos, imbricação possibilitada pela submissão da matemática a um ajuste de parâmetros com vistas a atingir concordância com – inexplicáveis – dados experimentais advindos de programa de pesquisa concorrente, o da ação à distância.

Seguindo Pietrocola, pode-se dizer que a matemática dos sólidos elásticos, “enquanto linguagem, empresta a sua própria estruturação ao pensamento científico para compor” o modelo dos vórtices moleculares. Casos não exitosos também são caracterizados por este empréstimo. O êxito de Maxwell se deveu ao ajuste matemático realizado por quem sabia onde queria chegar, na unificação do Eletromagnetismo com a Óptica.

A trajetória de Maxwell tem sentido inverso ao adotado nos manuais, onde a natureza da luz – tida como uma onda eletromagnética – não é problematizada. Livros introdutórios do ensino superior mostram, através de manipulações algébricas, que as equações de Maxwell admitem uma solução que satisfaz a equação de onda, mas não justificam esta empreitada. O episódio histórico ora tratado pode ser auxiliar na explicitação de justificativas. Além disso, quando estudado nos seus detalhes, o episódio pode revelar a complexidade da relação entre modelos físicos – imagísticos – e linguagem matemática, contribuindo para uma visão não ingênua da ciência.

## Referencias

ABRANTES, P. (1998). *Imagens de natureza, imagens de ciência*. Campinas: Papirus.

MAXWELL, J. C. (1952). On physical lines of force. In: NIVEN, W. D. *The scientific papers of James Clerk Maxwell*. New York: Dover.

NERSSESIAN, N. (1992). *How do scientists think? Capturing the dynamics of conceptual change in science*. In: GIERE, R. N. *Cognitive Models of Science*. Minneapolis: University of Minnesota.

PIETROCOLA, M. (2002). *A matemática como estruturante do conhecimento físico*. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 19 (1), pp. 93-114.

WHITTAKER, E. (1958). *A History of Theories of Aether and Electricity*. Edinburgh: Thomas Nelson and Sons.

---

[1] No caso em que  $M/m = 6/5$ , o sólido é “hipoteticamente ‘perfeito’”, termo definido em 1850 por Rankine para denotar um corpo cuja elasticidade é devida inteiramente às atrações e repulsões mútuas de centro de forças atômico.

#### CITACIÓN

KRAPAS, S. (2009). Teoria dos vórtices moleculares de maxwell: relações entre imagens e linguagem matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, Número Extra VIII Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias, Barcelona, pp. 877-882  
<http://ensciencias.uab.es/congreso09/numeroextra/art-877-882.pdf>